

Einführung in die Stochastik für Studierende der Informatik

7. Übung

Ausgabetermin: Mittwoch, den 06.06.2007

Übungstermin: Donnerstag, den 14.06.2007, 14.00 - 14.45, Fo 2

Aufgabe 24

Ein Notebook-Hersteller überprüft die gelieferten Displays seines Zulieferers auf Fehler bevor er sie verwendet. Die Anzahl der nicht funktionsfähigen Pixel variiert für jedes Display (unabhängig von den übrigen Displays der Lieferung) gleichverteilt zwischen 0 und 5. Der Notebook-Hersteller verfährt folgendermaßen bis alle Displays verwendet sind: Es werden zufällig zwei Displays der Lieferung ausgewählt und deren Fehler gezählt. Dasjenige Display mit der geringeren Fehleranzahl wird in das Notebook Modell 2000 des Herstellers eingebaut, das andere Display findet im günstigeren Modell 1000 Verwendung.

- (a) Modellieren Sie die Anzahl der Fehler in einem angelieferten Display mit Hilfe einer Zufallsvariablen X und berechnen Sie deren Erwartungswert.
- (b) Modellieren Sie zusätzlich die Anzahl der Displayfehler im Modell 1000 und 2000 des Herstellers mit den Zufallsvariablen X_1 , bzw. X_2 und geben Sie deren Erwartungswerte an.

Aufgabe 25

Die Blutproben von 1000 Personen sollen daraufhin untersucht werden, ob sie jeweils ein bestimmtes Virus enthalten. Wird jede Blutprobe einzeln untersucht, so müssen folglich 1000 Untersuchungen durchgeführt werden. Um Aufwand zu sparen, werden aus den Blutproben zufällig 40 Gruppen mit jeweils 25 Blutproben gebildet. Dann untersucht man für jede Gruppe ein Gemisch der 25 Blutproben dieser Gruppe. Enthält dieses Gemisch das Virus nicht, so kann man sicher sein, dass keine der 25 darin enthaltenen Blutproben infiziert ist. Ist das Virus in dem Gemisch enthalten, so untersucht man jede einzelne Blutprobe dieser Gruppe auf das Virus.

Um zu überprüfen, ob diese Teststrategie wirklich sinnvoll ist, definieren wir

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{falls die } i\text{-te Blutprobe das Virus enthält,} \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

und betrachten (X_1, \dots, X_{1000}) als unabhängige Bernoulli-Folge mit Parameter $p \in (0, 1)$.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält ein Gemisch von 25 Blutproben das besagte Virus?
- (b) Sei Y die zufällige Anzahl von Bluttests, die man bei der Gruppenstrategie durchführen muss. Stellen Sie Y als Funktion der X_i dar.
- (c) Wie groß ist der Erwartungswert von Y ? Für welche Werte von p benötigt die Gruppenstrategie durchschnittlich weniger Bluttests als das einzelne Durchtesten?

Aufgabe 26

Bei einem Spiel zahlt der Spieler fünf Euro Einsatz und würfelt dann n mal mit einem fairen Würfel. Die Anzahl der geworfenen Sechsen wird verdreifacht und von dem Ergebnis wird Eins abgezogen. Der Wert, den man so erhält, ist der Auszahlungs- bzw. Zahlungsbetrag A des Spielers in Euro.

- (a) Bestimmen Sie den Erwartungswert von A .
- (b) Wie groß muss n sein, damit das Spiel fair ist (d.h. der erwartete (Aus)zahlungsbetrag gleich dem Einsatz ist)?
- (c) Die Spielerin Birgit benutzt bei diesem Spiel ihren eigenen, gezinkten Würfel. Wie groß muss die Wahrscheinlichkeit für eine Sechs bei diesem Würfel sein, damit das Spiel für $n = 6$ fair ist?