Klausurprotokoll Stochastik WS03/04

Christian Pöcher

12.02.2004

Allgemeines: Die Klausur bestand aus 8 Aufgaben von denen die ersten beiden multiple choice Aufgaben waren. Es gab insgesamt 42 Punkte zu holen und 13 Punkte waren zum Bestehen der Klausur notwändig. 120 Minuten plus 10 Minuten Einarbeitungszeit standen zur Verfügung, was meiner Meinung nach in etwa das war, was man braucht, um die gesamte Klausur zu bearbeiten. Es war ein Taschenrechner als Hilfmittel erlaubt. Die folgenden Aufgaben lauteten so oder so ähnlich, ich hoffe ich habe den Sinn nicht verdreht. ;-)

Aufgabe 1: (1+2+1+1 Punkte)

Aufgabe 2: (1+1+1+2 Punkte)

Aufgabe 3: (5 Punkte) Betrachtet werden Pakete in einem Netzwerk. Das Netzwerk wird zu 70% für Filetransfer (A), 20% für Video- und Audiostreaming (B) und zu 10% für EMail (C) benutzt. Einige Pakete gehen verloren oder kommen unvollständig an, diese müssen erneut gesendet werden. Beim Filetransfer gehen Pakete mit Wahrscheinlichkeit 0.1, bei Video- und Audiostreaming mit Wahrscheinlichkeit 0.3 und bei Email mit Wahrscheinlichkeit 0.2 verloren.

a) Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebiges Paket verloren geht.

b) Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein verlohrenes Paket aus Video- und Audiostreaming stammt.

c) Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein korrektes Paket aus einem Filetransfer stammt.

Aufgabe 4: (5 Punkte) Seien X und Y stochastisch unabhängige identisch verteilte Zufallsvariablen.

a) Zeige: $U = X + Y$ und $V = X - Y$ sind unkorreliert.

b) Sind U und V notwändiger Weise stochastisch unabhängig? Beweis oder Gegenbeispiel.

Aufgabe 5: (6 Punkte) Gegeben sei $f_{a,b} : I\!R \to I\!R$ mit $f_{a,b}(x) = (a - x^2) 1\!\!1_{[-b,b]}(x)$, $a, b > 0$. Bestimmen sie alle Werte (a, b) für die $f_{a,b}$ eine Dichte ist.

Aufgabe 6: (5 Punkte) Seien X_i $(i = 1, \ldots, 5)$ stochastisch unabhängige normalverteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert $\mu_i = i$ und Varianz ${\sigma_i}^2 = i/10$. Bestimmen sie numerisch folgende Wahrscheinlichkeiten.

a) $P(14 \leq \sum_{i=1}^{5} X_i \leq 16)$

b) $P(X_1 + X_2 + X_3 \leq 2/3(X_4 + X_5)$

Aufgabe 7: (5 Punkte) Gegeben sei ein Kreis mit Fläche F und ein Quadrat mit Seitenlänge X. F und X seien stochastisch unabhängig und identisch $R(0, 1)$ verteilte Zufallsvariablen.

a) Bestimme den Erwartungswert und die Varianz für die Fläche des Kreises und des Quadrats.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit lässt sich der Kreis in das Quadrat legen?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit lässt sich das Quadrat in den Kreis legen?

Aufgabe 8: (6 Punkte) $X_1, \ldots, X_n$ stochastisch unabhängige identisch verteilte Zufallsvariablen mit Dichte $f_\mu(x) = e^{-(x-\mu)} I\!1_{[\mu,\infty]}(x)$, $x \in I\!R$, $\mu > 0$ ist ein Parameter. Bestimme einen Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{\mu}(X_1, \ldots, X_n)$ für den Parameter μ. Ist der Schätzer erwartungstreu für μ?