Vordiplomsklausur
Einführung in die Stochastik für Informatiker
Professor Mathar
SS 2001

GeTEXtnichsprotokoll von Tobias Ganzow

Aufgabe 1

Sei $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ eine stochastisch unabhängige, aufsteigende Mengenfolge über dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega,\mathfrak{A},P)$ mit $P(A_1) > 0$.
Zeigen Sie: $P(A_n) = 1$ für alle $n \geq 2$.

Aufgabe 2

Die in einer Fabrik hergestellten Chips sind mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.4 fehlerhaft. Von der Endkontrolle werden defekte Chips mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 aussortiert, intakte werden mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.1 aussortiert.
Bestimmen Sie den Anteil der fehlerfreien Chips, die aussortiert werden, und den Gesamtanteil der Chips, die aussortiert werden.

Aufgabe 3

Eine Münze, die mit Wahrscheinlichkeit p Kopf zeigt, wird in einer ersten Serie n mal geworfen. K ist dann die Anzahl der Male, bei denen Kopf gefallen ist. In einer zweiten Serie wird die Münze dann genau K mal geworfen - wenn die Münze beim i-ten Wurf Kopf zeigt, gewinnt der Spieler i DM.
Welcher Einsatz macht das Spiel im Mittel fair?

Aufgabe 4

X_1, X_2 seien stochastisch unabhängige, jeweils $R(0,1)$ verteilte Zufallsvariablen.
Bestimmen Sie eine Dichte von $Y := X_1 \cdot X_2$.

Aufgabe 5

X,Y seien stochastisch unabhängige, jeweils $R(-1,1)$ verteilte Zufallsvariablen.
a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von $max\{X,Y\}$
b) Berechnen Sie $E[max\{X,Y\}]$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit $E[X], E[Y]$.

Aufgabe 6

Die Zwischenankunftszeiten von Druckjobs seien $Erl(2,2\lambda)$ verteilt $(\lambda > 0)$. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zum Zeitpunkt t genau k Druckjobs angekommen sind für $\lambda = 1, t = 1$ und $k \in \{0,2,4\}$.

Aufgabe 7

(X_1, X_2) sei ein absolut-stetiger Zufallsvektor. Für ein $x_2 > 0$ sei X_1 $R(-x_2, x_2)$ verteilt. X_2 ist gemäß der Dichte $f_{X_2}(y) = 2y \cdot \mathbb{1}_{(0,1)}(y)$ verteilt.
a) Bestimmen Sie eine gemeinsame Dichte $f_{(X_1,X_2)}(x_1, x_2)$
b) Bestimmen Sie $P(X_1^2 + X_2^2 \leq 1)$.

Aufgabe 8

Für einen Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda > 0$ seien $n_1, ..., n_k$ die Anzahl der Ereignisse in k disjunkten Intervallen der Länge t.
Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für λ.