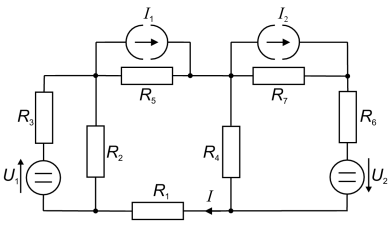
Gegeben sei folgendes Netzwerk:

$U_1 = 10\,V \quad U_2 = 5\,V$
$I_1 = 3\,A \quad I_2 = 3\,A$
$R_6 = 5\,\Omega \quad R_7 = 5\,\Omega \quad R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10\,\Omega$



Es soll mit Hilfe des Maschenstromverfahrens der Strom I berechnet werden.

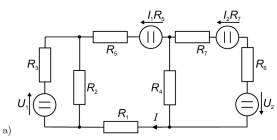
a) Wandeln Sie die beiden Stromquellen in äquivalente Spannungsquellen um und zeichnen Sie das neue Netzwerk!

b) Zeichnen Sie den Graph des unter a) skizzierten Netzwerkes. Wieviele unabhängige Knoten- und Maschengleichungen hat das Netzwerk?

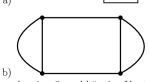
c) Bestimmen Sie den vollständigen Baum so, dass R_1, R_3 und R_6 jeweils in einem Verbindungszweig liegen!

d) Berechnen Sie mit Hilfe des Maschenstromverfahrens und dem unter c) bestimmten vollständigen Baum den Strom I!

a)

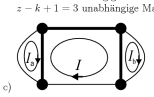


b)



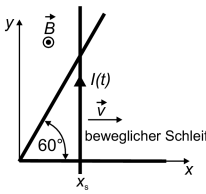
$k - 1 = 3$ unabhängige Knotenleichungen
$z - k + 1 = 3$ unabhängige Maschengleichungen

c)



d) $\begin{pmatrix} R_5+R_4+R_1+R_2 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2+R_3 & 0 \\ -R_4 & 0 & R_4+R_6+R_7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I \\ I_a \\ I_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 R_5 \\ -U_1 \\ -U_2 + I_2 R_7 \end{pmatrix}$

$$I = \frac{\begin{vmatrix} 30\,V & -10\,\Omega & 10\,\Omega \\ -10\,V & 20\,\Omega & 0 \\ 10\,V & 0 & 20\,\Omega \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 40\,\Omega & -10\,\Omega & -10\,\Omega \\ -10\,\Omega & 20\,\Omega & 0 \\ -10\,\Omega & 0 & 20\,\Omega \end{vmatrix}} = 1\,A$$



In der x-y-Ebene liegen zwei um 60° gegeneinander geneigte Leiter, die im Koordinatenursprung leitend miteinander verbunden sind, in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_z$. Ein unendlich langer, gerader Draht schleift elektrisch leitend auf den beiden Leitern. Er wird mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v} = v_0 \cdot \vec{e}_x$ so bewegt, dass er immer parallel zur y-Achse gerichtet ist und dass für seine momentane Position gilt $x_S = v_0 \cdot t$. Der bewegliche Schleifdraht besteht aus Kupferdraht (spezifischer Widerstand ρ_{Cu}, Querschnitt A). Die Widerstände der anderen beiden Leiter sollen vernachlässigt werden.
Rückwirkungen sind ebenfalls zu vernachlässigen. Es gilt $t > 0$.

a) Bestimmen Sie den magnetischen Fluß $\Phi(t)$ durch das Leiterdreieck!

b) Bestimmen Sie den Strom $I(t)$!

c) Bestimmen Sie die auf den beweglichen Schleifdraht wirkende Kraft $\vec{F}(t)$ nach Betrag und Richtung!

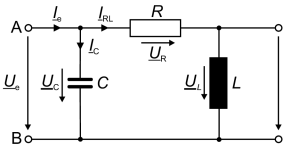
a) $\Phi(t) = \int_A \vec{B}\,d\vec{A} = B_0 \int_0^{v_0 t} h(x)\,dx = B_0 \int_0^{v_0 t} \tan 60°\,x\,dx = \frac{\sqrt{3}}{2} B_0 v_0^2 t^2$

b) $U_i = -\frac{d}{dt}\Phi(t) = -\sqrt{3} B_0 v_0^2 t$

$I(t) = \frac{U_i}{R(t)} = -\frac{\sqrt{3} B_0 v_0 t}{\rho \frac{2v_0 t}{A}} = -\frac{B_0 v_0 A}{\rho}$
d.h. $I(t)$ ist konstant.

c) $\vec{F}(t) = I \cdot \vec{l} \times \vec{B} = I \cdot h(t) \cdot B_0 \cdot \vec{e}_x = -\frac{B_0 v_0 A}{\rho} \cdot \sqrt{3} v_0 t \cdot B_0 \cdot \vec{e}_x = \frac{\sqrt{3} B_0^2 v_0^2 A t}{\rho}(-\vec{e}_x)$
Richtung: in negative x-Richtung

An den Klemmen A-B folgender Filterschaltung wird die cosinusförmige Wechselspannung $\underline{U}_e$ mit einer veränderbaren Kreisfrequenz $\omega \in [0, \infty[$ angeschlossen.



$$\underline{U}_e = U_e \cdot e^{j0°} \qquad C = \frac{L}{3R^2}$$

a) Geben Sie den komplexen Gesamtwiderstand $\underline{Z}_g$ der Schaltung bezüglich der Klemmen A-B in Komponentenform an!

b) Für welche Kreisfrequenzen ω_p nimmt die Schaltung nur Wirkleistung auf?

c) Geben Sie den komplexen Übertragungsfaktor $\underline{F} = \underline{U}_a/\underline{U}_e$ an!

d) Für welche Kreisfrequenz ω_0 wird der Betrag $F(\omega_0) = 1/\sqrt{2}$?

e) Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm für die in der Zeichnung angegebenen Spannungen bei der unter d) ermittelten Kreisfrequenz ω_0. Verwenden Sie den Maßstab $U_e \mathrel{\hat{=}} 6\,cm$ und markieren Sie rechte Winkel!

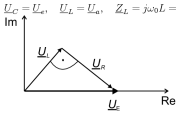
a) $\underline{Z}_g = (R + j\omega L) \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} = \frac{R}{(1 - \frac{\omega^2 L}{2R^2})^2 + (\frac{\omega L}{2R})^2} + j\frac{\frac{1}{2}\omega L - \frac{\omega^3 L^2}{4R^2}}{(1 - \frac{\omega^2 L}{2R^2})^2 + (\frac{\omega L}{2R})^2}$

b) Strom und Spannung müssen in Phase sein $\Rightarrow \underline{Z}_g$ muss rein reell werden, d.h. $\mathrm{Im}\{\underline{Z}_g(\omega_p)\} = 0$
$\frac{\omega_p L}{2} (2 - \frac{\omega_p^2 LC}{R^2}) = 0$
$\omega_{p1} = 0, \quad \omega_{p2} = \frac{\sqrt{2}R}{L}$

c) C hat keinen Einfluß auf $\underline{U}_a$
$\underline{F} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$

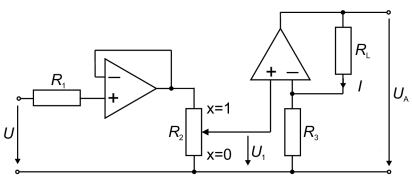
d) $|\frac{1}{1 - j\frac{R}{\omega L}}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\omega_0 = R/L$

e) $\underline{U}_C = \underline{U}_e, \quad \underline{U}_L = \underline{U}_a, \quad \underline{Z}_L = j\omega_0 L = jR$



Gegeben sei folgende Schaltung mit zwei idealen Operationsverstärkern.

$U = 5\,V$
$R_1 = 120\,k\Omega$
$R_2 = 47\,k\Omega$



a) Berechnen Sie die Spannung U_1 in Abhängigkeit von der Stellung des Potentiometers x.

b) Berechnen Sie den Strom I durch den Lastwiderstand R_L in Abhängigkeit von x und R_3.

c) Wie groß muss R_3 gewählt werden, damit für $x = 1$ der Strom $I = 10\,mA$ beträgt?

d) Die Ausgangsspannung U_A des Operationsverstärkers sei begrenzt auf maximal $U_A = U_{Amax} = 12\ V$. Berechnen Sie den maximalen Widerstand $R_L = R_{Lmax}$, bei dem gerade noch der Strom $I = 10\,mA$ bei $x = 1$ fließen kann (R_3 wie bei Unterpunkt c) berechnet).

a) Bei idealen Operationsverstärkern geht der Eingangsstrom gegen Null. Somit kein Spannungsabfall über R_1 und keine Belastung des Potis.
$U_1 = x \cdot U$

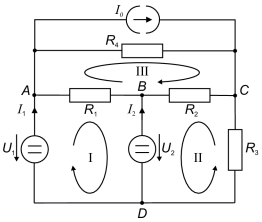
b) $U_{R3} = U_1 = x \cdot U = R_3 \cdot I \quad \Longleftrightarrow \quad I = \frac{x\,U}{R_3}$

c) $R_3 = \frac{1.5V}{0.01\,A} = 500\,\Omega$

d) $U_A - U_1 - I \cdot R_L = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Lmax} = \frac{U_{Amax} - U}{10\,mA} = 700\,\Omega$

Gegeben sei folgendes Netzwerk:

$U_1 = 20\,V \quad U_2 = 10\,V$
$I_0 = 3\,A \quad R_1 = 1\,\Omega \quad R_2 = R_3 = R_4 = 2\,\Omega$

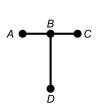


a) Skizzieren Sie den vollständigen Baum für die oben eingezeichneten Maschenumläufe!

b) Sind die Maschen zur Berechnung von I_1 günstig gewählt? Begründen Sie ihre Antwort!

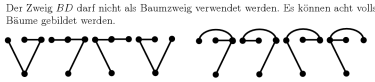
c) Welche vollständigen Bäume erlauben eine direkte Berechnung des Stromes I_2? Skizzieren Sie alle diese Bäume!

a)



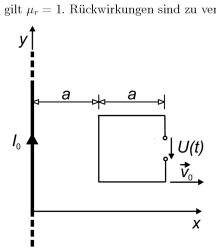
b) Die Maschen sind günstig gewählt, weil der Strom I_1 in einem Verbindungszweig fließt.

c) Der Zweig BD darf nicht als Baumzweig verwendet werden. Es können acht vollständige Bäume gebildet werden.



d) $\begin{pmatrix} R_1 & 0 & -R_1 \\ 0 & R_2+R_3 & R_2 \\ -R_1 & R_2 & R_1+R_2+R_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_{II} \\ I_{III} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 - U_2 \\ -U_2 \\ I_0 R_4 \end{pmatrix} \qquad I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10\,V & 0 & -1\,\Omega \\ -10\,V & 4\,\Omega & 2\,\Omega \\ 6\,V & 2\,\Omega & 5\,\Omega \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1\,\Omega & 0 & -1\,\Omega \\ 0 & 4\,\Omega & 2\,\Omega \\ -1\,\Omega & 2\,\Omega & 5\,\Omega \end{vmatrix}} = 17\,A$

Ein gerader, unendlich langer Linienleiter wird von dem konstanten Strom I_0 durchflossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich die linke Kante einer quadratischen Leiterschleife (Kantenlänge a) im Abstand $x = a$ vom Linienleiter. Die Leiterschleife bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ in positive x-Richtung.
Im gesamten Raum gilt $\mu_r = 1$. Rückwirkungen sind zu vernachlässigen.



a) Geben Sie die Formel für den Betrag der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ in Abhängigkeit von x an!

b) Bestimmen Sie den magnetischen Fluß $\Phi(t)$ durch die Leiterschleife für $t \geq 0$.
Hinweis: $\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln x$

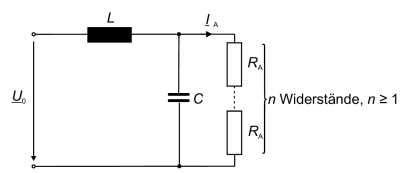
c) Welche Spannung $U(t)$ wird in der Leiterschleife induziert?

a) $H = \frac{I_0}{2\pi x}$

b) $\Phi(t) = \int_A \vec{B}\,d\vec{A} = \int_{v_0 t + a}^{v_0 t + 2a} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi x} \cdot a\,dx = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} [\ln(v_0 t + 2a) - \ln(v_0 t + a)]$
$\Phi(t) = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \ln \frac{v_0 t + 2a}{v_0 t + a}$

c) $U(t) = -\frac{d}{dt}\Phi(t) = -\frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} [\frac{v_0}{v_0 t + 2a} - \frac{v_0}{v_0 t + a}]$

Die n Lampen $A_1, A_2, \ldots, A_n$ einer Lichterkette sind in Reihe geschaltet. Jede Lampe hat die Nennspannung $U_A = 12\,V$ ($U_{Ai} = U_A$ für $i = 1 \ldots n$) und den rein ohmschen Widerstand R_A ($R_{Ai} = R_A$ für $i = 1 \ldots n$). Die Lichterkette wird, wie unten skizziert, über ein LC-Netzwerk an das Wechselstromnetz ($\underline{U}_0 = 230\,V \cdot e^{j0°}$, $f = 50\,Hz$) angeschlossen.



a) Bestimmen Sie allgemein den Lampenstrom $\underline{I}_A$!

b) Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit die Lichterkette für jede Anzahl $n \geq 1$ der Lampen betrieben werden kann, d.h. das der Strom $\underline{I}_A$ von n unabhängig sein soll?

Die Bedingung unter b) sei jetzt erfüllt. Eine Lampe nimmt eine Nennleistung von $P = 6\,W$ auf.

c) Bestimmen Sie den Nennstrom einer Lampe!

d) Bestimmen Sie die Induktivität L und die Kapazität C!

a) $\underline{I}_{ges} = \frac{\underline{U}_0}{j\omega L + \frac{\frac{n R_A}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + n \cdot R_A}} = \frac{\underline{U}_0 (\frac{1}{j\omega C} + n \cdot R_A)}{\frac{n R_A}{j\omega C} + j\omega L (\frac{1}{j\omega C} + n \cdot R_A)}$

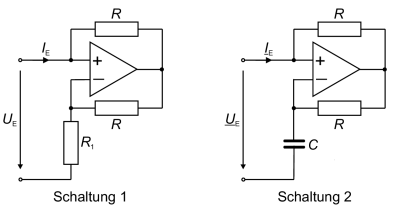
$\underline{I}_A = \underline{I}_{ges} \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + n \cdot R_A} = \frac{\underline{U}_0}{n \cdot R_A (1 - \omega^2 LC) + j\omega L}$

b) Strom durch Lichterkette wird unabhängig von n, wenn der Faktor $(1 - \omega^2 LC)$ Null wird (d.h. im Resonanzfall).
$\omega^2 = 1/LC$

c) An den ohmschen Widerständen R_A sind Strom und Spannung in Phase und man erhält für den Strom I_A:
$I_A = \frac{P}{U_A} = 0,5\,A$

d) Im Resonanzfall fließt ein von der Induktivität L begrenzter Strom von $\underline{I}_A = \underline{U}_0 / j\omega L$ somit
$L = \frac{U_0}{2\pi f \cdot I_A} = 1,46\,H$
und aus der Resonanzbedingung folgt für C:
$C = \frac{1}{\omega^2 L} = 6,95\,\mu F$

Gegeben seien zwei Schaltungen mit jeweils einem idealen Operationsverstärker.



a) Berechnen Sie den Eingangswiderstand $R_E = U_E/I_E$ der Schaltung 1.

b) Berechnen Sie die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E = \underline{U}_E/\underline{I}_E$ der Schaltung 2.

c) Ist bei Schaltung 2 der Eingangsstrom $\underline{I}_E$ gegenüber der Eingangsspannung $\underline{U}_E$ voreilend oder nacheilend? Begründung!

d) Beschreiben Sie das frequenzabhängige Verhalten der Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E$ der Schaltung 2.

a) Über R_1 fällt die Spannung U_E ab, da die Spannung zwischen den Eingängen des OP zu Null wird.
$I_{R1} = \frac{U_E}{R_1}$
$U_E = I_E R + I_{R1}(R + R_1)$
$\frac{U_E}{I_E} = -R_1$ das negative Vorzeichen ist richtig!

b) $\underline{U}_E = \underline{I}_E R + \frac{\underline{U}_E}{\frac{1}{j\omega C}} (R + \frac{1}{j\omega C})$
$\underline{Z}_E = \frac{\underline{U}_E}{\underline{I}_E} = -\frac{1}{j\omega C} = j \cdot \frac{1}{\omega C}$

c) Eingangsstrom ist gegenüber Spannung nacheilend, da der Eingangswiderstand induktiv ist.

d) Die Eingangsimpedanz hat, wie bei einer Induktivität, einen positiven Imaginärteil. Die Schaltung konvertiert das Vorzeichen. Aber der Betrag der Eingangsimpedanz wird bei steigender Frequenz kleiner, also ähnliches Verhalten wie bei einer Kapazität.