

RHEINISCH-WESTFÄLISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE
INSTITUT FÜR GEOMETRIE UND PRAKTISCHE MATHEMATIK
Differentialgleichungen und Numerik für Informatiker, SS 2006

Prof. Dr. Henning Esser - Kolja Brix - Normann Pankratz

1. Übung

Matrikelnummer: 123456

Abgabezeitpunkt: Fr 05 Mai 2006 12:00:00 CEST

Dieses Blatt wurde erstellt: Fr 25 Aug 2006 17:51:46 CEST

1	Welche der folgenden Aussagen sind richtig?	
	Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dann gilt: $\det(A) = 0$ genau dann, wenn 0 ein Eigenwert von A ist.	<input type="radio"/> ja / <input type="radio"/> nein
	Besitzt eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine LR -Zerlegung, so ist sie positiv definit.	<input type="radio"/> ja / <input type="radio"/> nein
	Für jede untere Dreiecksmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gilt $\det(L) = 1$.	<input type="radio"/> ja / <input type="radio"/> nein
	Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $A, B \in GL_n(\mathbb{R})$ gilt $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.	<input type="radio"/> ja / <input type="radio"/> nein
	Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $PA = LR$, wobei $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine Permutationsmatrix sowie $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine untere und $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine obere Dreiecksmatrix bezeichnen. Dann gilt $\det(A) = \det(P)^{-1} \det(L) \det(R)$.	<input type="radio"/> ja / <input type="radio"/> nein
2	<p>Gegeben sind</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ -6 & 6 & 1 & 8 \\ 7 & -10 & 10 & -5 \end{pmatrix}, \quad b^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ -21 \\ -1 \\ 41 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b^{(2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}.$ <p>Bestimmen Sie</p> <ul style="list-style-type: none"> a) die LR-Zerlegung (ohne Pivotisierung) der Matrix A, b) die Lösungen der linearen Gleichungssysteme $Ax^{(1)} = b^{(1)}$ und $Ax^{(2)} = b^{(2)}$ und c) die Determinante der Matrix A. <p style="text-align: right;">4+4+1=9 Punkte</p>	
3	<p>Sei</p> $A = \begin{pmatrix} 17 & -4 & 12 \\ -12 & -41 & 2 \\ 3 & 12 & 18 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$ <p>Zeigen Sie, daß A eine LR-Zerlegung besitzt, ohne diese zu berechnen.</p> <p style="text-align: right;">4 Punkte</p>	

4 Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -12 \\ 12 & -9 & 15 \\ 4 & -8 & 32 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}. \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 81 \\ 206 \\ -83 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Berechnen Sie die LR -Zerlegung von A mit Spaltenpivotisierung!
- b) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A mit Hilfe der Zerlegung.
- c) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit Hilfe der Zerlegung.

4+1+2=7 Punkte

5 Seien

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & -1 & 21 \\ -3 & -6 & 4 & -2 \\ -2 & -4 & 3 & -2 \\ 6 & 12 & -6 & 18 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, \quad b^{(1)} = \begin{pmatrix} 26 \\ 21 \\ 14 \\ -6 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \quad \text{und} \quad b^{(2)} = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ -3 \\ 18 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

- a) Berechnen Sie die LR -Zerlegung von A mit Spaltenpivotisierung! Was fällt Ihnen auf?
- b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der linearen Gleichungssysteme $Ax^{(1)} = b^{(1)}$ und $Ax^{(2)} = b^{(2)}$ mit Hilfe der Zerlegung.

4+4=8 Punkte

Informationen

Informationen und Aufgabenblätter finden Sie unter unter

<http://www.igpm.rwth-aachen.de/lehre/DiffNum/2006ss>.

Bei Fragen:

Kolja Brix, Hauptgebäude Raum 144.1, Sprechzeit: Di, 9-10 Uhr

Normann Pankratz, Hauptgebäude Raum 105, Sprechzeit: Mi, 9-10 Uhr

Beide Assistenten erreichen Sie per Email unter diffnum@igpm.rwth-aachen.de.

Termine:

Vorlesung: Mo, 14:00-15:30 Uhr, Fo 1, und Do, 13:00-14:30 Uhr, Fo 1, Beginn: 20.4.2006

Vorkurs: Erste drei Vorlesungstermine (am 06.04.2006, 10.04.2006 und 13.04.2006) und erste Großübung am 07.04.2006)

Großübung: Fr, 10:00-11:30 Uhr, Ro, Beginn: 21.4.2006

Kleingruppenübung: Je nach Übungsgruppe Mo, 17:30-19:00 Uhr, Di, 11:45-13:15 Uhr, 17:30-19:00 Uhr oder 18:00-19:30 Uhr, Beginn: 24.4.2006

Diskussion: Mo, 15:45-16:30 Uhr, Fo 7, Beginn: 20.4.2006

Repetitorium: Mo, 07.08.2006, 13:15-14:45 Uhr, Fo 2; Di, 08.08.2006, 10:15-11:45 Uhr, Fo 1; Mi, 09.08.2006, 11:15-12:45 Uhr, Fo 2; Do, 10.08.2006, 13:15-14:45 Uhr, Fo 1