

Analysis für Informatiker | WS 2015/16
Hausaufgabenübung Blatt 3 | 09.11.2015
Abgabe: 16.11.2015, 11:30 Uhr,

(Rogowski → rechte Treppe → Treppenhaus 2.Stock → blauer Abgabekasten)

Hinweise zur Abgabe :

- Die Hausaufgaben sind in **Dreiergruppen** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Kleingruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

Aufgabe 1. (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie per vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

2.5 Punkte

Aufgabe 2. (Komplexe Zahlen)

Schreiben Sie die folgende komplexe Zahl in der Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ und bestimmen Sie Betrag und Argument von z exakt in $(-\pi, \pi]$.

$$z = \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^5$$

1.5 Punkte

Aufgabe 3.

Bestimme alle $z \in \mathbb{C}$ mit

$$\operatorname{Im} \left(\frac{z+3i}{z-3i} \right) \geq 0$$

3 Punkte

Aufgabe 4. (Einheitswurzeln, Nullstellen)

- a) Bestimmen Sie die Polarkoordinatendarstellung der komplexen Zahlen $-12 - 7i$, $\overline{3 + 5i}$ und $(1 - i)^{10}$, wobei jeweils das Argument in $(-\pi, \pi]$ liegen soll.
- b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt: $z^4 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
- c) Das Polynom $p(x) := 2x^4 - 4x^3 - 8x^2 - 16x - 64$ hat die Nullstellen $x = -2$ und $x = 4$. Ermitteln Sie alle weiteren Nullstellen von p in \mathbb{C} .

3 Punkte